

§ Objectif : Un exercice type bac et un numéro Insee ...

EXERCICE - 1

On rappelle que 2003 est un nombre premier.

1. a) Déterminer deux entiers relatifs u et v tels que :

$$123u + 2003v = 1.$$

- b) En déduire un entier relatif k_0 tel que :

$$123k_0 \equiv 1 \pmod{2003}.$$

- c) Montrer que, pour tout entier relatif x ,

$$123x \equiv 456 \pmod{2003} \text{ si et seulement si } x \equiv 456k_0 \pmod{2003}.$$

- d) Déterminer l'ensemble des entiers relatifs x tels que :

$$123x \equiv 456 \pmod{2003}.$$

- e) Montrer qu'il existe un unique entier n tel que :

$$1 \leq n \leq 2002 \text{ et } 123n \equiv 456 \pmod{2003}.$$

2. Soit a un entier tel que : $1 \leq a \leq 2002$.

- a) Déterminer :

$$\text{PGCD}(a, 2003).$$

En déduire qu'il existe un entier m tel que :

$$am \equiv 1 \pmod{2003}.$$

- b) Montrer que, pour tout entier b , il existe un unique entier x tel que :

$$0 \leq x \leq 2002 \text{ et } ax \equiv b \pmod{2003}.$$

EXERCICE - 2

Le numéro I.N.S.E.E. d'un individu est constitué de 15 chiffres. En lisant de gauche à droite, le premier est 1 ou 2 suivant qu'il s'agit d'un homme ou d'une femme. Les deux chiffres suivants désignent les deux derniers chiffres de l'année de naissance, les deux suivants le mois de naissance, les deux suivants le département, les trois suivants la commune de naissance, les trois suivants le numéro d'inscription sur le registre d'état civil, les deux derniers forment une clé K calculée de la manière suivante :

désignons par A le nombre entier constitué par les 13 chiffres de gauche ; soit r le reste de la division euclidienne de A par 97 ; on prend $K = 97 - r$.

- Vérifier ceci pour votre numéro I.N.S.E.E.
- On écrit A sous la forme :
 $A = H \times 10^6 + L$, avec $0 \leq L < 10^6$.
 Montrer que : $K = 97 - s$, où s est le reste de la division euclidienne de $27H + L$ par 97.
- Déterminer les restes, dans la division euclidienne par 97, des nombres 10^n , avec n entier compris entre 1 et 12.
- Soit A_1 le nombre constitué par un numéro I.N.S.E.E., y compris la clé. Montrer que, si un des chiffres de A_1 et un seul est erroné, l'erreur est détectée.
 Pour cela, on étudiera successivement les cas où l'erreur se trouve dans H , dans L ou dans la clé.
- Donner un exemple d'erreur non détectée.