

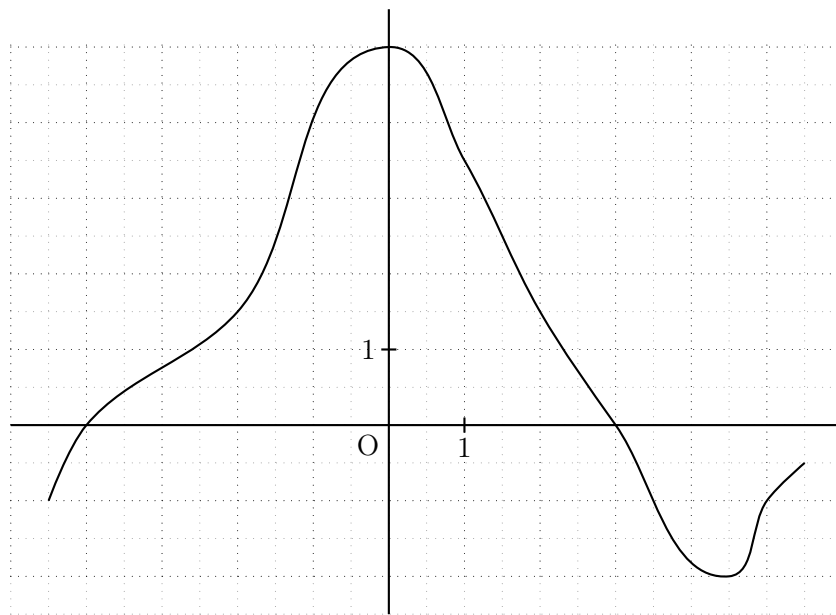
Mercredi 28 septembre 2005

L'usage des calculatrices est autorisé - L'usage de la copie du (de la) voisin(e) est vivement déconseillé

## Exercice 1 VRAI ou FAUX?

Pour chaque question, répondez par vrai ou par faux. On comptera 1 point par bonne réponse et  $-0,5$  point par mauvaise réponse. Une absence de réponse compte pour 0.

La courbe suivante est la représentation graphique d'une fonction  $f$ .



- 1) 0 admet deux images par  $f$  qui sont  $-4$  et  $3$ .
- 2) L'image de  $-2$  par  $f$  est  $4,5$ .
- 3) 0 a pour image 5 par  $f$ .
- 4)  $f(-1) = 5$
- 5)  $f(-2) = f(2)$
- 6)  $f(0)$  est le maximum de  $f$  sur  $[-4,5; 5,5]$
- 7)  $f$  est définie sur  $[-2; 5]$
- 8)  $f$  est positive sur  $[-1; 3]$
- 9)  $f$  est positive sur  $[0; 4]$
- 10)  $f(-3) \geq 0$
- 11)  $f(-4) \leq 0$
- 12) L'équation  $f(x) = -1$  admet exactement trois solutions.
- 13) L'ensemble des solutions de l'équation  $f(x) = 0$  est  $[-4,3]$
- 14) L'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) > 3/2$  est  $[-2; 2]$
- 15) Si  $0 \leq x \leq 5$ , alors  $-1 \leq f(x) \leq 5$
- 16) Si  $-1 \leq x \leq 5$ , alors  $-2 \leq f(x) \leq 5$

### Exercice 2

Dans tout l'exercice, les deux fonctions  $f$  et  $g$  sont définies sur l'intervalle  $[-2; 1]$  par les relations :

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 1 \text{ et } g(x) = -3x - 1$$

- 1) Compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-2	-1,5	-0,5	0	0,5	1	3
$f(x)$							
$g(x)$							

- 2) Représentez dans un repère d'unité graphique 4 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée les fonctions  $f$  et  $g$ .
- 3) Résolvez graphiquement l'équation :  $f(x) = g(x)$  avec la précision permise par votre graphique.
- 4) Résolvez graphiquement l'inéquation :  $f(x) \geq g(x)$
- 5) Étudiez graphiquement le signe de  $f(x)$ , puis de  $g(x)$  et enfin de  $f(x) - g(x)$  : vous donnerez vos résultats dans trois tableaux de signes.
- 6) À l'aide des tableaux précédents, déterminez le signe de  $f(-1)$ , de  $g(-1)$  et de  $f(-1) - g(-1)$ . Retrouvez ces résultats par le calcul.

### Exercice 3

On considère la fonction  $g$  définie sur  $[-5, 5]$  par

$$g(x) = \frac{3x - 5}{x^2 + 1}$$

Indiquez, parmi les points suivants, ceux qui sont sur la courbe représentative de  $g$  en n'oubliant pas de justifier vos réponses par un calcul.

$$A(-1; 4) \quad B(1; -1) \quad C(-3; 7/5) \quad D(-2/3; -63/13) \quad E(\sqrt{2} + 1; 2\sqrt{2} - 5/2)$$

### Exercice 4

Soient  $a$  et  $b$  deux réels non nuls. On note  $N$  le nombre

$$N = \frac{(a + b)^2 - (a - b)^2}{ab}$$

- 1) Calculer  $N$  dans les cas suivants :
- a)  $a = 2$  et  $b = 1$ ;
- b)  $a = -1/2$  et  $b = 1/3$ ;
- c)  $a = \sqrt{2}$  et  $b = \sqrt{3}$ .
- 2) Que remarquez-vous? Prouvez-le en simplifiant l'écriture de  $N$ .